[**Biến đổi xâu**](http://sechiakinhnghiem.blogspot.com/2012/02/bien-oi-xau.html)

Cho xâu ký tự X, xét 3 phép biến đổi:

a) Insert(i, C): i là số, C là ký tự: Phép Insert chèn ký tự C vào sau vị trí i của xâu X.

b) Replace(i, C): i là số, C là ký tự: Phép Replace thay ký tự tại vị trí i của xâu X bởi ký tự C.

c) Delete(i): i là số, Phép Delete xoá ký tự tại vị trí i của xâu X.

Yêu cầu: Cho trước xâu Y, hãy tìm một số ít nhất các phép biến đổi trên để biến xâu X thành xâu Y.

**Input:** file văn bản STR.INP

• Dòng 1: Chứa xâu X (độ dài ≤ 100)

• Dòng 2: Chứa xâu Y (độ dài ≤ 100)

**Output:** file văn bản STR.OUT ghi các phép biến đổi cần thực hiện và xâu X tại mỗi phép biến đổi.

|  |  |
| --- | --- |
| STR.INP | STR.OUT |
| PBBCEFATZ QABCDABEFA | 7 PBBCEFATZ -> Delete(9) -> PBBCEFAT PBBCEFAT -> Delete(8) -> PBBCEFA PBBCEFA -> Insert(4, B) -> PBBCBEFA PBBCBEFA -> Insert(4, A) -> PBBCABEFA PBBCABEFA -> Insert(4, D) -> PBBCDABEFA PBBCDABEFA -> Replace(2, A) -> PABCDABEFA PABCDABEFA -> Replace(1, Q) -> QABCDABEFA |

**Cách giải:**

Đối với xâu ký tự thì việc xoá, chèn sẽ làm cho các phần tử phía sau vị trí biến đổi bị đánh chỉ số lại, gây khó khăn cho việc quản lý vị trí. Để khắc phục điều này, ta sẽ tìm một thứ tự biến đổi thoả mãn: Phép biến đổi tại vị trí i bắt buộc phải thực hiện sau các phép biến đổi tại vị trí i + 1, i + 2, …

*Ví dụ: X = ‘ABCD’;*

*Insert(0, E) sau đó Delete(4) cho ra X = ‘EABD’. Cách này không tuân thủ nguyên tắc*

*Delete(3) sau đó Insert(0, E) cho ra X = ‘EABD’. Cách này tuân thủ nguyên tắc đề ra.*

Nói tóm lại ta sẽ tìm một dãy biến đổi có vị trí thực hiện giảm dần.

**1. Công thức truy hồi**

Giả sử m là độ dài xâu X và n là độ dài xâu Y. Gọi F[i, j] là số phép biến đổi tối thiểu để biến xâu gồm i ký tự đầu của xâu X: X1X2 … Xi thành xâu gồm j ký tự đầu của xâu Y: Y1Y2…Yj.

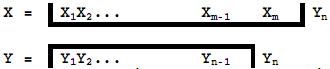
Ta nhận thấy rằng X = X1X2…Xm và Y = Y1Y2…Yn nên:

• Nếu Xm = Yn thì ta chỉ cần biến đoạn X1X2…Xm-1 thành Y1Y2…Yn-1 tức là trong trường hợp này

**F[m, n] = F[m - 1, n - 1].**

• Nếu Xm ≠ Yn thì tại vị trí Xm ta có thể sử dụng một trong 3 phép biến đổi:

***a) Hoặc chèn vào sau vị trí m của X, một ký tự đúng bằng Yn:***



Thì khi đó F[m, n] sẽ bằng 1 phép chèn vừa rồi cộng với số phép biến đổi biến dãy X1…Xm thành dãy Y1…Yn-1: F[m, n] = 1 + F[m, n - 1]

***b) Hoặc thay vị trí m của X bằng một ký tự đúng bằng Yn***



Thì khi đó F[m, n] sẽ bằng 1 phép thay vừa rồi cộng với số phép biến đổi biến dãy X1…Xm-1thành dãy Y1…Yn-1: F[m, n] = 1 + F[m-1, n - 1]

***c) Hoặc xoá vị trí thứ m của X***



Thì khi đó F[m, n] sẽ bằng 1 phép xoá vừa rồi cộng với số phép biến đổi biến dãy X1…Xm-1 thành dãy Y1…Yn: F[m, n] = 1 + F[m-1, n]

**Vì F[m, n] phải là nhỏ nhất có thể, nên trong trường hợp Xm ≠ Yn thì**

**F[m, n] = min(F[m, n - 1], F[m - 1, n - 1], F[m - 1, n]) + 1.**

**Ta xây dựng xong công thức truy hồi.**

**2. Cơ sở quy hoạch động**

• F[0, j] là số phép biến đổi biến xâu rỗng thành xâu gồm j ký tự đầu của F. Nó cần tối thiểu j phép chèn: F[0, j] = j

• F[i, 0] là số phép biến đổi biến xâu gồm i ký tự đầu của S thành xâu rỗng, nó cần tối thiểu i phép xoá: F[i, 0] = i

Vậy đầu tiên bảng phương án F (cỡ[0..m, 0..n]) được khởi tạo hàng 0 và cột 0 là cơ sở quy hoạch động. Từ đó dùng công thức truy hồi tính ra tất cả các phần tử bảng B.

Sau khi tính xong thì F[m, n] cho ta biết số phép biến đổi tối thiểu.

**Truy vết:**

• Nếu Xm = Yn thì chỉ việc xét tiếp F[m - 1, n - 1].

• Nếu không, xét 3 trường hợp:

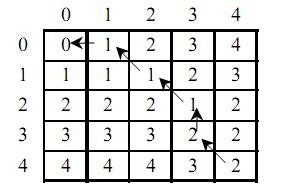
♦ Nếu F[m, n] = F[m, n - 1] + 1 thì phép biến đổi đầu tiên được sử dụng là: Insert(m, Yn)

♦ Nếu F[m, n] = F[m - 1, n - 1] + 1 thì phép biến đổi đầu tiên được sử dụng là: Replace(m, Yn)

♦ Nếu F[m, n] = F[m - 1, n] + 1 thì phép biến đổi đầu tiên được sử dụng là: Delete(m)

Đưa về bài toán với m, n nhỏ hơn truy vết tiếp cho tới khi về F[0, 0]

Ví dụ: X =’ ABCD’; Y = ‘EABD’ bảng phương án là:



Lưu ý: khi truy vết, để tránh truy nhập ra ngoài bảng, nên tạo viền cho bảng.